【数III ｜ 複素数平面】

【1】複素数の極形式

次の複素数を極形式で表せ。ただし、偏角θは$0 \leqq \theta < 2\pi$とする。

(1)　$1+\sqrt{3}i$　　(2)　$-2-2i$　　(3)　-1　　(4)　$3i$

要点

a、bを実数とする。0 でない複素数$z=a+bi$を表す点を P とする。

半直線 OP を動径と考えて、動径 OP の表す角 θ を z の 偏角 といい、$arg\ z$で表す。

<注意>記号argは$argument$の略である。

$OP=r$とすると、r は z の絶対値であり、$a=rcos\theta$、$b=rsin\theta$となり、$z=a+bi$は

$\boldsymbol{z=r(cos\theta+isin\theta)}$の形で表される。これを、複素数 z の 極形式 という。

以上をまとめると、0 でない複素数$\boldsymbol{z=a+bi}$において

r は z の絶対値であるから　$r=\sqrt{a^2+b^2}$

θは z の偏角であるから　$cos\theta=\dfrac{a}{r}$、$sin\theta=\dfrac{b}{r}$を満たす角であり、その極形式は

$z=r(cos\theta+isin\theta)$　と表される。

<注意>・0 でない複素数 z において、z の絶対値は 1 通りに定まるが、偏角 θ はその 1 つをθ_0としたとき　$\theta=\theta_0+2n\pi$(n は整数)も同じ位置にくるから 1 つに定まらない。$0 \leqq \theta < 2\pi$や$-\pi \leqq \theta < \pi$の範囲で偏角を考えるのが一般的である。

・$z=0$のときは偏角が定められないため、極形式は考えない。